HAL
open science

La théorie des possibilités comme outil de représentation des incertitudes épistémiques d'une chaîne de traitement du risque sismique

Jeremy Rohmer

To cite this version:

Jeremy Rohmer. La théorie des possibilités comme outil de représentation des incertitudes épistémiques d'une chaîne de traitement du risque sismique. AFPS 2007 - 7ème Colloque national, Jul 2007, Chatenay Malabry, France. 8 p. hal-00531779

HAL Id: hal-00531779

https://brgm.hal.science/hal-00531779v1

Submitted on 3 Nov 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La théorie des possibilités comme outil de représentation des incertitudes épistémiques d'une chaîne de traitement du risque sismique

Jérémy Rohmer*

**BRGM,*
Service Aménagement et Risques Naturels
3, Av. Claude Guillemin,45060 Orléans cedex
j.rohmer@brgm.fr

RÉSUMÉ. Ce papier présente une méthodologie pour représenter les incertitudes dites « épistémiques » à savoir celles liées à une information vague, incomplète ou imprécise. En risque sismique, l'outil de représentation communément utilisé est l'arbre logique, qui vise à palier la situation « d'ignorance partielle » par un « poids d'expert » affecté à chaque alternative. L'expert est cependant souvent capable de donner beaucoup plus d'informations, à savoir des plages de valeurs préférentielles pour chaque alternative. Dans ce contexte, la théorie des possibilités peut s'appliquer et on se propose de représenter trois types d'incertitudes épistémiques communément rencontrées: l'imprécision, la répartition spatiale d'un paramètre imprécis et enfin l'incertitude liée au choix d'un type de modélisation. On illustrera sur l'exemple de la chaîne de traitement du risque sismique ARMAGEDOM, développé au BRGM avec une application sur le scénario sismique de la ville de Lourdes (Hautes Pyrénées, 65).

ABSTRACT. This paper presents a methodology to represent the "epistemic" uncertainties, that is to say the uncertainties stemming from incomplete, vague or imprecise information. In the earthquake engineering filed, a commonly-used representation tool is the logic trees, which consists in assigning to each alternative a single weight representing the expert opinion. However, the available information is far richer in most cases, the expert being often able to gives range of possible values. In this context, the imprecision, the spatial repartition of an imprecise parameter and the unambiguous choice of the appropriate model are represented by using the possibility theory with an illustration within the earthquake risk assessment scenario methodology ARMAGEDOM, developed by BRGM (the French Geological Survey) and an application on the seismic scenario of the french city of Lourdes.

MOTS-CLÉS : Analyse de risque sismique, Incertitude Epistémique, Information d'Experts, Théorie des Possibilités, Fusion d'information

KEYWORDS: Earthquake Risk Analysis, Epistemic Uncertainties, Expert Information, Possibility Theory, Information fusion

1. Introduction

Dans l'optique d'une gestion efficace du risque sismique, la gestion des incertitudes est une nécessité : ce besoin est mis en évidence encore très récemment dans (Bommer *et al.*, 2006). En risque sismique, deux sources d'incertitudes doivent être prises en compte (Ambrahamson, 2000). La première source résulte de la variabilité naturelle des phénomènes modélisés : c'est l'incertitude dite « aléatoire ». Cette première source peut être rigoureusement modélisée par les outils probabilistes. La seconde source apparaît lorsqu'on est en présence d'une information « imprécise, vague voire incomplète » i.e. cette incertitude est liée à notre méconnaissance de phénomènes et apparaît chaque fois que les données

d'entrée sont trop limitées (qualité et quantité). Typiquement, on est souvent confronté au cas suivant : les coûts et délais d'étude ne permettent d'obtenir qu'un nombre épars de valeurs d'un paramètre (situation dite « d'ignorance partielle »).

Face à une telle donnée statistique, les outils « classiques » de la théorie des probabilités apparaissent trop contraignants. Lorsque la donnée d'entrée ne permet que de juger que le paramètre incertain B se trouve entre les bornes $b - \Delta$ et $b + \Delta$ est-il justifié de supposer a priori la forme de la loi de probabilité ? A cette question (Ferson et Ginzburg, 1996) répondent que l'on risque de une sous- ou sur- estimer le résultat final et préconise de rechercher d'autres outils mathématiques plus flexible selon la donnée effectivement disponible pour traiter l'incertitude épistémique. L'idée serait d'utiliser l'information d'expert (méthode subjective) afin de palier le manque de donnée, qui empêche l'expert de définir de manière univoque un modèle probabiliste *i.e.* de hiérarchiser de manière objective les valeurs d'un paramètre au sein d'un intervalle.

Dans ce but, un outil communément utilisé en risque sismique est l'arbre logique (par exemple Wen *et al.*, 2003). Chaque valeur ou modèle « probable » occupe une branche de l'arbre logique à laquelle un poids est affecté. Cependant, sa principale limitation est son caractère sommaire : l'ensemble de l'incertitude épistémique est capturé par un unique scalaire, qui synthétise l'ensemble de l'information d'expert (jugement). Or dans bien des cas, l'expert peut apporter beaucoup plus d'information qu'une simple « notation ». Il n'est pas rare d'^tre confronté à un jugement d'expert sur le modèle suivant : « Je suis certain de trouver la quantité incertaine dans les bornes [a, b], mais les valeurs au sein de l'intervalle [c, d] semblent être les plus vraisemblables », car l'expert est souvent bien plus à l'aise « d'exprimer ce qui est possible que ce qui est probable » (Bender *et al.*, 1992). Une telle information peut être rigoureusement représentée dans le cadre de la théorie des possibilités (Zadeh, 1965 et 1978, et Dubois et Prade, 1988) et on se propose dans ce papier de propager ce type d'infroamtion le long de la chaîne de traitement de l'agression sismique de la méthodologie ARMAGEDOM (Sedan et Mirgon, 2003) développé au BRGM.

Nous exposerons dans une première partie les outils de la théorie des possibilités que l'on adaptera et appliquera dans une seconde partie pour représenter et propager les incertitudes sur l'exemple du scénario sismique de la ville de Lourdes (Hautes-Pyrénées, 65) dans (Bernadie *et al.*, 2006). Seront ainsi traités trois types d'incertitudes épistémiques : l'imprécision, la répartition spatiale d'un paramètre imprécis et le choix non univoque d'un type de modélisation. Le lecteur notera que l'on ne traitera pas les incertitudes liées aux hypothèses de modélisation de la méthodologie ARMAGEDOM et que les résultats exposés n'ont pour seule prétention qu'un caractère illustratif et ne remettent pas en cause les conclusions exposées dans (Bernadie *et al.*, 2006).

2. Outils de la théorie des possibilités

2.1. *Définition en pratique d'une distribution de possibilité*

2.1.1. *Traduction de l'information d'expert*

L'information d'expert : « Je suis certain de trouver la quantité dans les bornes [a, b], mais les valeurs au sein de l'intervalle [c, d] semblent être les plus vraisemblables » peut mathématiquement être représentée en définissant l'intervalle dans lequel l'expert est certain de trouver la « vraie » du paramètre : c'est le support [a, b]. L'expert peut apporter de l'information supplémentaire en exprimant sa préférence au sein du support par l'introduction de la notion de degré de possibilité α, qui peut être vue comme la mesure de la surprise de l'expert s'il apprenait que son jugement était faux (Shackle, 1961). L'intervalle pour un degré de possibilité α=1 est dénommé « noyau » et correspond à notre cas à [c, d]. Sans information supplémentaire, les deux intervalles, support et noyau, sont reliés par une fonction affine définissant ainsi un emboîtement d'intervalles hiérarchisés par le degré de possibilité : c'est la distribution de possibilité trapézoïdale associée au paramètre imprécis.

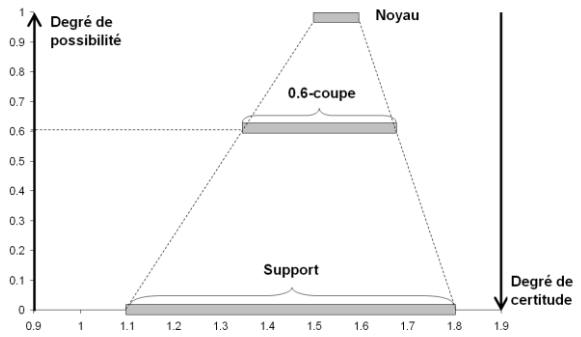

Figure 1. *Illustration d'une distribution de possibilité vue comme un emboîtement d'intervalles de confiance sur l'exemple suivant : « je suis certain que le paramètre incertain se trouve entre 1.1 et 1.8, mais les valeurs entre 1.5 et 1.6 me semblent les plus vraisemblables ».*

2.1.2. *Définition formelle d'une distribution de possibilité*

La théorie des possibilités est une extension de la théorie des ensembles flous introduite par (Zadeh, 1965 et 1978) et a été développée et décrite au niveau français par (Dubois et Prade, 1988). Dans la théorie classique des ensembles, un élément appartient à A (*e.g*. A est un ensemble de nombre réels) si sa fonction d'appartenance μ vaut 1, et 0 dans el cas contraire. (Zadeh, 1965) étend cette notion de fonction d'appartenance au cas continu en définissant une fonction d'appartenance continue dans l'intervalle [0 , 1]. En d'autres termes, un élément peut appartenir à A avec un degré d'appartenance non Booléen. On définit alors la distribution de possibilité π associée à A telle que π corresponde à la fonction d'appartenance de A et satisfasse la condition de normalisation suivante : la borne supérieure de π (notée sup) doit vérifier $\sup(\pi(s))=1$, cette condition stipulant qu'au moins un élément de S est possible. Formellement, une telle distribution fournit une double mesure de la vraisemblance d'un évènement, à savoir la mesure de Possibilité et celle de Nécessité (respectivement notées Π et N), définies telles que $\Pi(A)=\sup_{a\in A}[\pi(s)]$ et $N(A)=\inf_{a\notin A}[1-\pi(a)]$. De cette définition, on peut donner une interprétation d'une distribution de possibilité uni-modale comme un ensemble d'intervalles de confiance emboîtés : les α-coupes $[a_* ; a^*]_\alpha=\{a, \pi(a)\geq\alpha\}$, avec α le degré de possibilité. La notion de degré de possibilité va de pair avec celui de degré de certitude 1- α que « $[a_* ; a^*]_\alpha$ contienne a », telle que la mesure de Nécessité vérifie $N[a_* ; a^*]_\alpha)=1-\alpha$ (dans le cas continu).

2.2. *Outils de combinaison*

2.2.1. *Propagation à travers un modèle analytique*

Considérons un modèle analytique défini par la fonction *f* et deux paramètres incertains *A* et *B*, représentés respectivement par une distribution de possibilité. La distribution de possibilité résultante *f*(*A*, *B*) est calculée par analyse par α-coupes (Dubois et Prade, 1988), qui consistent basiquement à un calcul classique d'intervalle pour chaque α-coupes, définies par son degré de possibilité α.

2.2.1. *Combinaison par les opérateurs ensemblistes*

Soient deux distributions de possibilité π_1 et π_2. Trois modes de combinaison existent :

– le mode conjonctif, qui généralise l'opération ensembliste d'intersection aux distributions de possibilités : opérateur mathématiques « min » (Klement *et al.*, 2000).

– le mode disjonctif, qui généralise celui de l'union : opérateur mathématiques « max » (Klement *et al.*, 2000).

– le mode intermédiaire, qui est lié au degré de consensus *h* entre π_1 et π_2, à savoir la borne supérieure de leur intersection (figure 2 - gauche).

Dans la suite, nous utiliserons ce mode de combinaison, dont la règle a été proposée par (Dubois et Prade, 1992) et s'écrit comme ce qui suit :

$$\pi(\mathbf{s}) = \max \left(\frac{\min(\pi_1(\mathbf{s}); \pi_2(\mathbf{s}))}{\mathbf{h}}; \min(\max(\pi_1(\mathbf{s}); \pi_2(\mathbf{s})); 1 - \mathbf{h}) \right) \quad [1]$$

Le premier terme min((π_1(**s**) ; π_2(**s**))/**h** représente la normalisation de la combinaison conjonctive (intersection) des sources initiales (zone grisée claire de figure 2 - droite). Le deuxième terme min(max(π_1(**s**) ; π_2(**s**)) ; 1-**h**) représente, quant à lui, l'ensemble des solutions plausibles en dehors de la zone de consensus. Il permet donc de restreindre l'influence du conflit dans le support des deux sources initiales (zone grisée foncée de la figure 2 – droite). Cette règle donne la préférence à la zone de consensus normalisée. En dehors de cette zone, le résultat de la combinaison est supporté de manière équivalente par les deux distributions avec un degré de certitude au moins égal à *h* (Oussalah *et al*., 2003). On notera que les outils proposés dans cette étude se basent sur l'interprétation des distributions de possibilités comme des ensembles d'intervalles emboîtées et la convexité de la distribution finale se doit d'être conservée : on utilisera donc l'opérateur modifiée de (Oussalah, 2000).

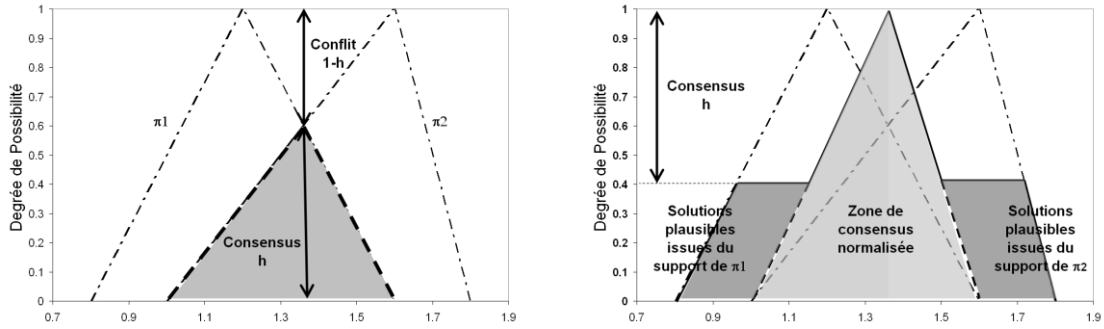

Figure 2. *Illustration du mode intermédiaire entre combinaison conjonctive et disjonctive avec prise en compte du conflit1-h des sources d'information π_1 et π_2. Figuré (– · – ·) : combinaison disjonctive ; Figuré (– –) : combinaison conjonctive ; Figuré (–) : combinaison adaptative de (Dubois et Prade, 1992)*

3. Illustration sur le scénario de la ville de Lourdes

3.1. *Positionnement de la problématique*

On traite des incertitudes le long de la chaîne de calcul de la pseudo-intensité *i* (forme continue de l'intensité macrosimique) de la méthodologie de scénario sismique ARMAGEDOM sur le scénario de al ville de Lourdes (Bernadie *et al.*, 2006). Le paramètre de représentation de l'agression sismique est l'accélération maximale *PGA*. L'hypothèse de scénario, considérée comme déterministe, est une accélération maximale au rocher constante sur toute la zone et égale à 200 mg. Cette accélération est amplifiée dans les « zones au sol » : ce sont les effets de site lithologiques représentés dans le modèle par un cœfficient multiplicateur A_{litho}. L'accélération résultante (*PGA* au sol) est alors convertie en pseudo-intensité *i* par une loi de conversion empirique.

3.2. Traitement de l'incertitude épistémique du coefficient d'amplification lithologique

L'observation des dégâts engendrés par les secousses sismiques montre que l'intensité de ceux-ci est fortement dépendante des conditions locales de la zone d'étude. Cette variation est liée à la modification du signal par les caractéristiques géotechniques des différentes formations superficielles (densité, rigidité, compressibilité, amortissement, non-linéarité,…). L'incertitude de cette phase se situe à deux niveaux :

– au niveau de la valeur du coefficient (imprécision).

– au niveau du zonage du coefficient (répartition spatiale d'un paramètre imprécis).

3.2.1. *Imprécision du coefficient d'amplification lithologique*

L'évaluation du coefficient multiplicateur est directement liée à la caractérisation géotechnique du sol. Les paramètres de caractérisation géotechniques sont issus de diverses sources (géologiques, géotechniques et géophysiques) et de natures différentes (qualitatifs, quantitatifs) (AFPS, 1993).

Le croisement des sources hétérogènes permet de définir 13 zones géotechniques au sein de la zone d'étude de Lourdes (figure 3). Dans le modèle ARMAGEDOM, ces zones sont supposées être d'amplification homogène et on leur affecte un unique spectre de réponse calculé numériquement (Modaressi *et al.*, 1997). La valeur du cœfficient d'amplification lithologique résulte alors de la comparaison entre le spectre calculé pour une zone géotechnique donnée et les spectres de réponses au rocher (deux spectres naturels et deux synthétiques).

La principale source de doute est le choix du « vrai » spectre de réponse au rocher. A partir des quatre spectres définis, l'expert est capable de juger l'intervalle dans lequel il est certain de trouver la « vraie » valeur de A_{litho} : cet intervalle correspond au support de la distribution de possibilité. Sans information supplémentaire, il donne la plus grande vraisemblance à la valeur moyenne des cœfficients calculés majoré d'un écart-type : ce singleton consistera le noyau de la distribution de possibilité. Suivant la méthode exposée dans le paragraphe 2.1, on construit sur la base de ces deux informations, la distribution de possibilité triangulaire associée à cahque zone géotechnique.

3.3. *Traitement de l'incertitude sur la répartition d'un paramètre imprécis*

Dans le modèle ARMAGEDOM « classique », à une zone géotechnique donnée correspond une unique valeur de coefficient d'amplification. L'imprécision est traitée en affectant non plus un scalaire, mais une distribution de possibilité à chaque zone. Or les frontières entre les zones sont positionnées avec également une certaine imprécision, car cette démarche résulte de la confrontation des données géologiques, géotechniques et géophysiques. Dans cette étude préliminaire, on traite le cas simple où la frontière entre les zones géotechniques est connue +/- Δ mètres.

Sans perte de généralité, on expose la méthodologie sur l'exemple du traitement de l'imprécision de la localisation de la frontière entre les zones géotechniques « Marais de Monge » et « Moraines Saux », zone n°10 et zone n°12 (figure 2).On pose :

– Σ_1 et Σ_2 les frontières de la zone géotechnique 1 et 2 placées de manière « certaine » par l'expert ;

– π_1 et π_2 les distributions de possibilité représentant l'incertitude sur la valeur des coefficients d'amplification de la zone géotechnique 10 et 12 respectivement

– D la zone dite de « dilution », correspondant à la zone de transition entre les deux frontières déterministes Σ_1 et Σ_2.

Par définition, avant la frontière Σ_1, l'incertitude sur le cœfficient d'amplification est exactement représentée par π_1. Pareillement au-delà de la frontière Σ_2, l'incertitude sur le cœfficient d'amplification est exactement représentée par π_2. Par contre, dans la zone D, la représentation de l'incertitude sur le cœfficient d'amplification doit prendre en compte l'influence des deux sources d'information π_1 et π_2 et l'influence de la distance d aux frontières Σ_1 et Σ_2 :

– au milieu de D, la distribution de possibilité finale π supporte de manière équivalente l'influence des deux sources d'informations.

– proche de la frontière Σ_1 dans la zone D, l'influence de π_2 dans π doit être atténuée pour prendre en compte l'influence de la distance.

– le raisonnement suit le même principe proche de la frontière Σ_2 dans la zone D.

On traduit ce problème dans le cadre de la combinaison ensembliste des distributions de possibilités. Comme les distributions de possibilités associées à chaque zone géotechnique sont en conflit (les noyaux étant des singletons, il n'y a pas recouvrement, voir figure 2), on propose d'adapter l'opérateur de (Dubois et Prade, 1992) sur le modèle suivant. On veut pouvoir représenter l'incertitude sur le coefficeint d'ampification lithologique proche de Σ_1 dans la zone *D*. Pour prendre en compte l'influence de la frontière, on associe à la source d'information π_2 un degré de certitude 1-$\alpha(d)$ pou minimiser l'influence de π_2 dans l'ensemble des solutions plausibles en dehors de la zone de consensus. Ainsi, pour d=0 à $d=\Delta$ (i.e. au centre de la zone de dilution), on modifie la règle de (Dubois et Prade, 1992) de la manière suivante :

– Pour un degré de possibilité variant de 0 à 1-$\alpha(d)$, le résultat de combinaison dérive de manière équivalente des deux sources d'information.

– Pour un degré de possibilité variant de 1-$\alpha(d)$ à 1-*h,* l'ensemble des solutions possibles dérivent entièrement de π_1.

– Pour un degré de possibilité supérieur à 1-*h*, la préférence est attribuée à la zone de consensus entre les deux sources d'information.

Mathématiquement, la règle devient :

$$\pi(\mathbf{s}) = \max\left(\frac{\min(\pi_1(\mathbf{s}); \pi_2(\mathbf{s}))}{\mathbf{h}} ; \min(\max(\pi_1(\mathbf{s}); \pi^*_2(\mathbf{s})); 1 - \mathbf{h}) \right. \qquad [2]$$

Où, $\pi^*_2(\mathbf{s}) = \min(\pi_2(\mathbf{s}) ; 1-\alpha(\mathbf{d}))$ et $\alpha(d)=1-(1-\mathbf{h})*d/\Delta$

On notera que si $d=\Delta$ (*i.e.* si on est exactement au milieu de la zone de dilution), l'opérateur devient exactement l'opérateur classique de (Dubois et Prade, 1992). Entre le milieu de la zone *D* de dilution et la frontière Σ_2, on suit un raisonnement analogue en assignant de manière similaire à π_1 un degré de certitude dépendant de la distance depuis Σ_2.

Cette méthodologie est appliquée sur le cas de la zone de dilution *D* entre les zones 10 et 12, dont les frontières sont connues à +/- 50 mètres près. La figure 3 illustre la représentation du coefficient d'amplification lithologique au milieu de la zone de dilution (cas classique) et proche de la frontière de la zone 10 : attirera l'attention sur la réduction du nombre de solutions plausibles en-dehors de la one de consensus supportées par la deuxième distribution.

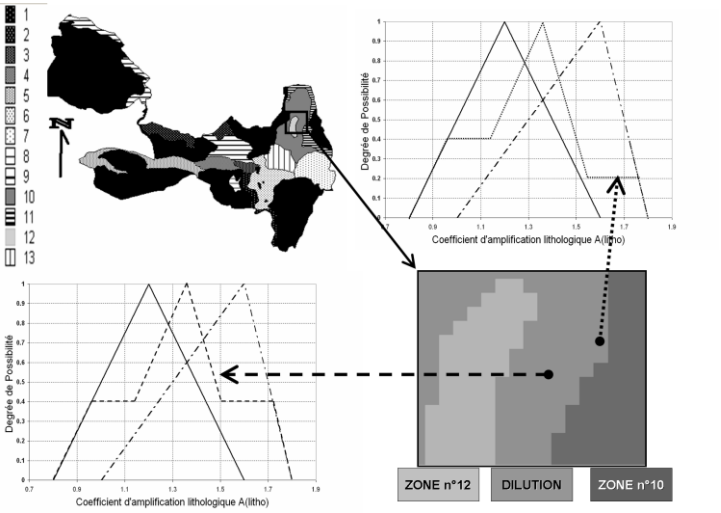

Figure 3. *Illustration du traitement de l'incertitude dans la zone de dilution D entre deux zones de géotechniques, auxquelles est associé : la carte représente les zones géotechniques définies lors du microzonage de Lourdes ; le graphique en bas représente la distribution représentant l'incertitude sur le cœfficient d'amplification lithologique au milieu de D et le graphique en haut la fusion proche de la zone 10.*

3.4. *Traitement du choix non univoque d'un type de modélisation*

L'incertitude sur le PGA au sol est représentée par une distribution de possibilité résultant d'une analyse par α-coupe (Dubois et Prade, 1988). Le PGA au sol est alors converti en pseudo-intensité selon un modèle empirique de converison. Pour l'étude, deux modèles de conversion ont été identifiés, à savoir le modèle n°1 (Atkinson et Sonley, 2000) et modèle n°2 (Ambraseys, 1974). Par ailleurs, l'expert exprime sa préférecne pour le modèle n°1 sans pouvoir quantifier cette préférence.

Pour chaque modèle on calcule la distribution de possibilité associée (analyse par α-coupe). Prendre en compte chaque modèle se traduit par une fusion des connaissances i.e. une combinaison des distributiosn de possibilités calculées. Or les noyaux des distributions ne se confondent pas : deux valeurs d'intensité apparaissent comme les plus vraisemblables (figure 3) : les sources d'information sont en conflit. On utilise ainsi l'opérateur modifié de fusion de (Dubois et Prade, 1992). Afin de prendre en compte la préférence de l'expert pour le premier modèel, on s'inspire du travail réalisé pour le zonage du cœfficient d'amplification lithologique : on associe au modèle n°2 un degré de possibilité nul.

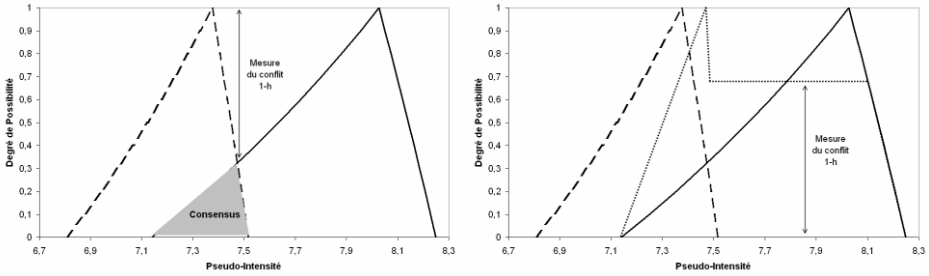

Figure 3. *Combinaison des distributions de possibilité conflictuelle associées à chaque modèle de conversion de l'accélération maximale en pseudo-intensité avec une préférence pour le modèle en trait plein.*

4. Conclusion

Face à des données statistiques éparses, la théorie des possibilités apparaît comme un outil flexible et simple pour traiter de l'information d'expert du type « Je suis certain de trouver la quantité dans les bornes [*a*, *b*], mais les valeurs au sein de l'intervalle [*c*, *d*] semblent être les plus vraisemblables ». Les outils de fusion de la théorie permettent quant eux de traiter de manière simple l'incertitude sur la répartition d'un paramètre imprécis et le choix non univoque d'un modèle mathématiques. Un travail reste à mener pour affiner la représentation possibiliste des paramètres du modèle de risque sismique selon la donnée effectivement disponible et donc réduire l'imprécision. La forme des courbes de risque probabiliste du modèle ARMAGEDOM est liée à l'agression sismique (méthodologie RISKUE, niv.1 exposée dans Lagomarsino et Giovinazzi, 2006). L'agression sismique est représentée sous la forme d'une distribution de possibilité : le modèle probabiliste de risque est donc paramétrique imprécis. Les travaux en cours visent à synthétiser de manière cohérente ces modèles dans une optique d'une gestion efficace du risque sismique.

Remerciements

Ce travail a été financé par le projet de recherche du BRGM PDR06ARN10. Mes remerciements vont à J. Douglas, C. Neguslescu, P. Roussillon et O. Sedan pour avoir partagé avec moi leurs expériences pratiques et théoriques des scénarios de risque sismique.

Bibliographie

Abrahamson NA., « State of the practice of seismic hazard evaluation », *Proceedings of GeoEng Conference*, Melbourne, Australie, 2000.

AFPS, « Guide méthodologique pour la réalisation d'études de microzonage sismique », 1993

Ambraseys NN. « The correlation of intensity with ground motion », *Proceedings of the 14th Assembly of the European Seismological Commission,* Trieste, Italie, 1974.

Atkinson GM., Sonley E., « Empirical relationships between modified Mercalli intensity and response spectra », *Bulletin of the Seismological Society of America,* vol. 90, 2000, p. 537-544.

Bender H., Nuather W., « *Fuzzy Data Analysis* », Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1992.

Bernardie S., Delpont G., Nédellec JL., Negulescu C., Roullé A., Microzonage de Lourdes, Rapport Publique n°RP/53846-FR, 2006, BRGM.

Bommer J., Spence R., Pinho R., « Earthquake Loss estimation Models: Time to open the Black Boxes ? », *Proceedings of the First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Genève, Suisse, 2006.

Dubois D., Prade H., « Combination of fuzzy information in the framework of possibility theory », *Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence*, New York, Academic Press, 1992.

Dubois D., Prade H., « *Possibility theory* », New York, Plenum Press, 1988.

Ferson S., Ginzburg LR., « Different methods are needed to propagate ignorance and variability », *Engineering Systems Safety,* vol. 54, 1996, p. 133-144.

Klement E.P., Mesiar R., Pap E. « *Triangular Norms* », Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000.

Modaressi H., Foerster E., Mellal A., « Computer aided seismic analysis of soils », *Proceedings of the 6th Int Symp. On Numerical Models in Geomechanics*, *NUMOG VI*, Montréal, Québec, Canada, 1997.

Oussalah M., Maaref H., Barret C., « From adaptive to progressive combination of possibility distributions », *Fuzzy Sets and Systems*; vol. 139, 2003, p. 559-582.

Oussalah M., « Study of some algebraical properties of adaptive combination rules », *Fuzzy sets and systems,* vol. 114, 2000, p. 391-409.

Sedan O., Mirgon C., Application ARMAGEDOM, Notice utilisateur, Rapport technique RP-52759-FR, 2003, BRGM.

Shackle G.L.S., « *Decision, order and time in human affairs* », Cambridge, Cambridge University Press, 1961.

Wen YK., Ellingwood BR., Veneziano D., Bracci J., « Uncertainty Modelling in Earthquake Engineering », MAE Center Project FD-2 Report (White paper), 2003, http://mae.ce.uiuc.edu/research/research_briefs/uncertainty_modeling.html.

Zadeh LA., « Fuzzy Sets as a basis for a theory of possibility », *Fuzzy Sets and Systems*; vol. 1, 1978, p. 3-28.

Zadeh LA., « Fuzzy Sets », *Information and control*; vol. 8, 1965, p. 338