



**HAL**  
open science

# Application de la théorie des fonctions de croyances pour la synthèse des courbes de risque sismique probabilistes paramétriques imprécises

Jeremy Rohmer

► **To cite this version:**

Jeremy Rohmer. Application de la théorie des fonctions de croyances pour la synthèse des courbes de risque sismique probabilistes paramétriques imprécises. Rencontres francophones sur la logique floue et ses applications, Nov 2007, Nîmes, France. 8 p. hal-00531777

**HAL Id: hal-00531777**

**<https://brgm.hal.science/hal-00531777>**

Submitted on 3 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Application de la théorie des fonctions de croyances pour la synthèse des courbes de risque sismique probabilistes paramétriques imprécises

## The evidence theory for a proper synthesis of probabilistic earthquake risk curves with imprecise law parameters

J. Rohmer<sup>1</sup>

<sup>1</sup> BRGM, Service Aménagement et Risques Naturels

3, Av. Claude Guillemin 45060 Orléans Cedex, j.rohmer@brgm.fr

### Résumé :

Les phénomènes physiques en risques naturels sont caractérisés par une variabilité naturelle, dont la description mathématique (modèle probabiliste) est souvent bien établie. Cependant, la connaissance sur les paramètres de la loi probabiliste est limitée pour des raisons de coûts, d'échelle d'étude voire de délais d'étude. Le modèle probabiliste est donc « paramétrique imprécis » (*e.g.* une loi gaussienne avec un écart-type imprécis). Pour une aide à la décision efficace, le décideur doit avoir en mains un outil simple synthétisant les deux sources d'incertitudes (aléatoire et épistémique). Basés sur les concepts théoriques exposés dans un précédent acte de LFA 05 et 06, on propose une méthodologie dans le cadre des fonctions de croyances pour synthétiser de tels modèles avec une application sur la méthodologie de risque sismique RISK-UE, niv. 1. On fournit au décideur un encadrement de la « vraie » probabilité, l'écart entre les deux bornes représentant la méconnaissance du modèle probabiliste.

### Mots-clés :

Risque sismique, modèle probabiliste paramétrique imprécis, ensemble flou, variable aléatoire floue, fonction de croyances.

### Abstract:

In the field of risk management, it is very likely to face probabilistic risk models with ill-known parameters (*e.g.* a Gaussian law with imprecise standard deviation). The issue of this paper is to synthesize in a proper way probabilistic models with ill-known parameters (for instance a Gaussian law with an imprecise standard deviation). Based on a previous proceeding of LFA 05 and 06 congress, this paper propose a methodology in the framework of the evidence theory to synthesize the probabilistic earthquake risk model with ill-known parameters associated with the RISK-UE, level 1 methodology. The decision maker is provided with a

simple bounding of the “real” probability, the gap between the two bounds being the representation of the imprecision of the probabilistic model.

### Keywords:

Earthquake risk analysis, probabilistic model with imprecise law parameters, fuzzy set, fuzzy random set, evidence theory.

## 1 Introduction

En matière de risque sismique, il convient de distinguer deux sources d'incertitudes [1]. La première source est l'incertitude « aléatoire », qui est liée à la variabilité naturelle des phénomènes : les modèles probabilistes décrivent de manière rigoureuse ce type d'incertitude, la principale limitation étant la quantité et la qualité des données statistiques à avoir en entrée. La seconde source d'incertitudes est celle liée à notre manque de connaissance des phénomènes : c'est l'incertitude dite « épistémique ». Elle apparaît chaque fois que l'on est confronté à de l'information « imprécise, vague voire incomplète ». En pratique, ce type d'incertitude apparaît souvent, car l'information effectivement disponible résulte d'un compromis entre coûts, échelle d'étude et quantité / qualité. Par définition, les incertitudes épistémiques peuvent être réduites avec une meilleure connaissance des phénomènes (*e.g.* une campagne de mesures

supplémentaires). La représentation mathématique d'une telle information utilisée dans ce papier est l'ensemble flou [19]. Une mesure de cette source d'incertitude serait donc un outil d'aide puissant pour un décideur en matière de gestion du risque sismique, car cela lui permettrait d'apprécier le bénéfice d'études supplémentaires pour réduire l'imprécision *versus* coûts associés aux études supplémentaires.

En analyse de risque, les phénomènes aléatoires sont souvent bien connus sur le plan théorique *i.e.* le modèle probabiliste décrivant la variabilité du phénomène est bien établi. Par contre, le nombre et la qualité des données statistiques permettant de renseigner les paramètres de ces lois sont souvent limités. A titre illustratif, on pensera à un phénomène aléatoire décrit théoriquement par une loi gaussienne, mais dont la moyenne et l'écart type sont mal connus : c'est un « modèle probabiliste paramétrique imprécis ». On propose dans ce papier de synthétiser ce type d'information pour une aide efficace en matière de gestion de risque. Sans perte de généralité, on illustrera le propos sur le modèle probabiliste de risque sismique issu de la méthodologie RISK-UE [13, 14], (partie 2). On exposera les limites des outils actuels de synthèse (partie 3) et on traduira le problème dans le cadre des variables aléatoires flous [5, 12, 16], (partie 4). Les outils utilisés pour synthétiser ce type d'information sont ceux de la théorie des fonctions de croyances [7, 18] (partie 5 et application dans la partie 6) basés sur les concepts introduits par C. Baudrit [2, 3, 4] et D. Guyonnet [11].

## 2 Modèle de risque sismique

Les modèles de risques sismiques sont des outils puissants pour l'aide à la décision en matière d'aménagement et de gestion du territoire, car ils donnent la répartition des dommages potentiels que l'on observerait sur un ensemble de bâtiments aux caractéristiques structurales données soumis à un niveau d'agression sismique donné.

Dans cette optique, le projet européen RISK-UE [14] propose une approche probabiliste, la méthodologie RISK-UE, niv. 1 (en détails dans [13]), afin de relier probabilité de dommage, l'agression sismique et les caractéristiques structurales des bâtiments.

### Evaluation des dommages

La méthodologie RISK-UE, niv. 1 considère le niveau de dommage  $d$  (variable continue) comme un paramètre aléatoire et donne la probabilité de dépasser un degré de dommage  $D_k$ , (seuil de décision) avec  $k$  de 0 à 5 tel que  $D_0=0$  correspond à « aucun dommage » et  $D_5=5$  à « l'endommagement maximal ». Le modèle probabiliste de risque est la loi Bêta Sa densité de probabilité  $p$  s'écrit sous la forme de l'équation (1) :

$$p(d) = \frac{\Gamma(8)}{\Gamma(q)\Gamma(8-q)} \frac{d^{q-1}(6-d)^{7-q}}{6^7} \quad (1)$$

$q$  est le paramètre de la loi Bêta *i.e.* il détermine la « forme » de la loi. Il est relié au paramètre « degré moyen de dommage »  $\mu_D$ , qui corrèle (équation 2) l'agression sismique modélisée sous la forme de l'intensité macrosismique  $I$  et de l'indice de vulnérabilité  $V_i$  selon l'équation (2) :

$$\mu_D = 2.5 \left( 1 + \tanh \left( \frac{I + 6.25V_i - 13.1}{2.3} \right) \right) \quad (2)$$

On appellera « courbe probabiliste de risque » la distribution probabiliste cumulée  $F^D(d) = \text{Probabilité}(D \in [d ; +\infty[)$  associée à la loi Bêta et de paramètre  $\mu_D$ . Le décideur s'intéresse donc à  $F^D(D_k)_{k=0..5}$ .

Le lecteur notera que la forme de la loi probabiliste Bêta est déterminée à la fois par l'agression sismique et par l'étude de vulnérabilité. Dans cette étude préliminaire et dans un souci de clarté, on ne s'intéressera qu'à l'impact de la représentation de l'incertitude résultant de l'évaluation de vulnérabilité. On considèrera donc l'agression sismique comme déterministe et on ne s'intéressera pas aux incertitudes liées aux hypothèses de modélisation de la méthodologie RISK-UE, niv. 1.

## Evaluation de la vulnérabilité

La vulnérabilité permet d'exprimer la différence de comportements des bâtiments aux secousses sismiques *e.g.* si deux bâtiments sont soumis exactement à la même agression sismique et que l'un subit plus de dommages, il est dit plus vulnérable que l'autre. La vulnérabilité est modélisée par un indice de vulnérabilité  $V_i$  entre 0 et 1 (0 pour « peu vulnérable » et 1 pour « très vulnérable »).

Son évaluation est très complexe, car elle est basée sur la réponse dynamique de la structure, qui dépend d'un nombre important de paramètres (résistance des matériaux, qualité de la construction, nature et état des éléments structuraux, interaction entre les éléments structuraux et non structuraux...) La majorité de ces facteurs peuvent être estimés, mais jamais connus avec précision.

C'est pourquoi, la méthodologie RISK-UE, niv. 1 propose une approche statistico-empirique en définissant des types de bâtiments dont l'évaluation de la vulnérabilité résulte du retour d'expérience et du jugement d'expert. Le comportement de différents types de bâtiments ayant subi des séismes dans la période historique est analysé. Pour traduire l'imprécision d'une telle démarche, on associe à chaque type de bâtiments un ensemble flou [19] représentant l'incertitude sur l'indice de vulnérabilité : la Figure 1 illustre l'ensemble flou associé au type Maçonnerie M4.

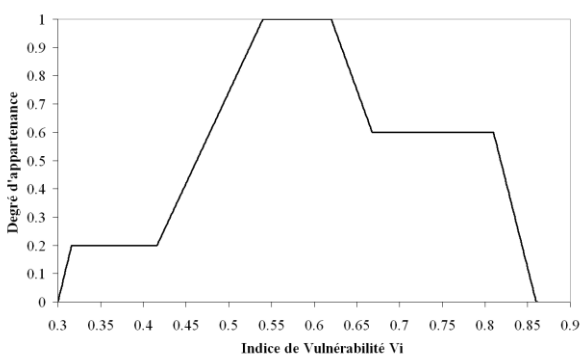


Figure 1 – Ensemble flou associé au type de bâtiment Maçonnerie M4

## 3 Traduction du problème dans le cadre des variables aléatoires floues

Dans cette partie, on expose très brièvement un cadre de travail formel dans lequel on traduit le problème de la représentation du modèle probabiliste paramétrique imprécis de la méthodologie RISK-UE, niv. 1.

### Cadre des probabilités imprécises

Soit  $\mathcal{P}$  famille de mesures de probabilité  $P$  sur le référentiel  $\Omega$ .  $\forall A$  mesurable de  $\Omega$ , on définit pour  $P \in \mathcal{P}$  :

- Sa probabilité haute :  $P^*(A) = \sup P(A)$
- Sa probabilité basse :  $P_*(A) = \inf P(A)$

La valeur de la probabilité imprécise  $P(A)$  se définit telle que :

$$\forall P \in \mathcal{P}, P_*(A) \leq P(A) \leq P^*(A) \quad (3)$$

Soit  $X$  une variable aléatoire réelle associée à  $P$ , on définit la pair de distribution de probabilité cumulée  $F_*$  et  $F^*$  telle que  $\forall x$  réel :  $F_*(x) = P_*(X \in [x, +\infty[)$  et  $F^*(x) = P^*(X \in [x, +\infty[)$ .

### Double vision des variables aléatoires floues

On peut interpréter une variable aléatoire floue selon deux manières. Une première vision dite « classique » [5, 12, 15] interprète une variable aléatoire floue comme une variable aléatoire dont les valeurs (*i.e.* réalisations) sont des sous-ensembles flous. La seconde vision dite « possibiliste de second ordre » [4, 5] associe à chaque évènement une distribution de possibilité [8, 9]. Cette dernière reflète l'imprécision (*i.e.* la méconnaissance) sur la probabilité « vraie » de l'évènement.

La formulation mathématique se trouve dans un précédent acte de LFA 05 & 06 [2, 4]. Dans la suite du papier, on utilisera tour à tour ces deux interprétations.

### Traduction du modèle RISK-UE, niv.1

Dans un modèle probabiliste « classique », à un indice de vulnérabilité donné et une agression sismique donnée, on associe un degré de dommage moyen donné  $\mu_D$  et donc une courbe probabiliste unique, qui est donc « la courbe de décision ».

Or,  $\mu_D$  est représenté mathématiquement par un ensemble flou, que l'on peut voir comme une famille d'intervalles de confiance  $1-\alpha$ , avec  $0 \leq \alpha \leq 1$ , [8, 9]. A chaque  $\alpha$ -coupe, on associe donc une famille de courbes probabilistes de risques définie par son degré de certitude  $1-\alpha$ . On définit le couple de courbes de risques « frontières » telle que  $F_\alpha = [F_{*\alpha}; F_{\alpha}^*]$ . La figure 2 illustre la famille de courbes probabilistes de risques induite par l'ensemble flou associé au type M4. On définit l'ensemble  $F^{\tilde{D}}$  tel que  $\forall \alpha \in [0; 1]$  :

$$\{F_\alpha; \mu / F_\alpha = [F_{*\alpha}; F_{\alpha}^*]; \mu(F_\alpha) = \alpha\} \quad (4)$$

$F^{\tilde{D}}$  représente un ensemble flou avec  $\mu$  le degré d'appartenance de  $F_\alpha$  et induit la variable aléatoire floue  $\tilde{D}$  (vision possibiliste de second ordre, [4, 5]).

#### 4 Limitations des méthodes de synthèse actuelles

Pour une aide à la décision efficace, l'objet mathématique décrit ci-avant doit être synthétisé afin de traduire le caractère aléatoire de  $d$  et l'imprécision de  $V_i$ . Le problème peut donc se résumer de la manière suivante : quelle est le (ou les) courbe(s) de risque de décision ?

##### Analyse Monte-Carlo 2D

Une méthode communément utilisée pour traiter les modèles probabilistes paramétriques imprécis est l'analyse Monte-Carlo 2D [e.g. 18]. Elle consiste à supposer que la nature de l'incertitude sur le paramètre de la loi est purement aléatoire et de lui affecter une loi de probabilité. Outre les problèmes en termes opérationnels (cette méthode implique l'utilisation de deux boucles d'itérations

imbriquées), la principale limitation est la pertinence de l'hypothèse mathématique sous-jacente. L'évaluation du paramètre du modèle probabiliste de risque est par essence imprécise (voir ci-avant). Dans ce contexte, supposer un modèle mathématique sur le support de  $V_i$  identifié par l'expert sans aucune autre donnée peut sur- ou sous- estimer le résultat final de risque [10]. Face aux données effectivement disponibles, c'est l'ensemble flou qui apparaît la représentation la plus cohérente.

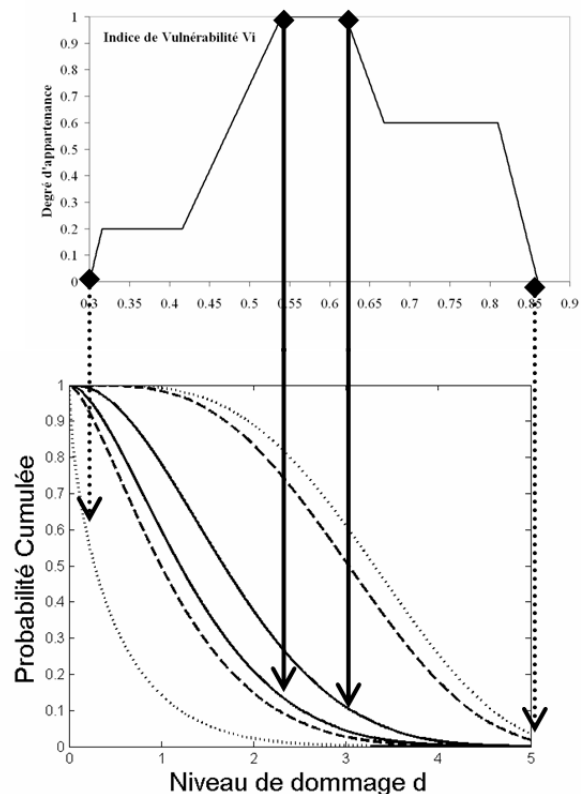


Figure 2 – Ensemble de courbes de risque associé au type M4, (intensité macrosismique VIII),  $F_{\alpha=1}$  (—),  $F_{\alpha=0.5}$  (---),  $F_{\alpha=0}$  (···)

##### La Défuzzification

La méthode actuellement utilisée synthétise l'ensemble flou associé au paramètre du modèle probabiliste en un unique scalaire (défuzzification). La courbe de risque associée à cette valeur correspond alors à la « courbe de décision ».

La première limitation est inhérente aux nombres importants de méthodes de

défuzzification (valeur au premier maximum, moyenne des maxima, centre de gravité global de la surface sous la distribution, méthode de la somme pondérée... e.g. [6]). Dans des domaines qui utilisent de manière opérationnelle ce type de méthodes (e.g. l'automatique), le choix du type de défuzzification est essentiellement guidé par un compromis entre performance et facilité. Cependant un tel raisonnement ne peut être tenu en matière de risque, car il est essentiel de connaître le positionnement de l'erreur commise par rapport à la « vraie » valeur (est-on en dessous ou au dessus ?). Par ailleurs, l'incertitude épistémique (i.e. l'ensemble de notre « méconnaissance ») est « cachée » dans cette unique valeur de probabilité conférant au résultat une certaine confiance pouvant être « trompeuse ».

### Choix d'une $\alpha$ -coupe

L'idée serait de raisonner en termes d'encadrement de la vraie valeur de probabilité i.e. de travailler avec un couple de courbes de risque représentant les limites les plus précises possibles de la « vraie » probabilité. Dans cette optique, une méthode actuellement utilisée est le choix d'une  $\alpha$ -coupe de l'ensemble flou associé au paramètre de la loi probabiliste. Outre le caractère arbitraire d'une telle méthode, on met en évidence une perte d'information certaine, car le choix d'une  $\alpha$ -coupe ne prend pas en compte la forme de la courbe : doit-on prendre le support complet, le plateau à  $\alpha=0.2$ , le plateau à  $\alpha=0.6$  ou le noyau ? On recherche donc un cadre de travail permettant de synthétiser incertitude aléatoire et épistémique de manière plus rigoureuse.

## 5 Synthèse dans le cadre des fonctions de croyances

### Théorie des fonctions de croyances

Dans la théorie « classique » probabiliste, une « masse de probabilité » est affectée à des valeurs ponctuelles. La théorie des fonctions

de croyance [7, 17] affecte quant à elle des masses de probabilité à des « éléments focaux », qui peuvent être aussi bien des valeurs ponctuelles que des intervalles adjacents (cas d'une fonction de densité de probabilité classique) ou encore des intervalles emboîtés (cas de la théorie des possibilités [9]). On notera que la somme de tous les masses de probabilités doit être égale à 1. Cette théorie fournit un cadre unique pour traiter des deux sources d'incertitude.

### Lien avec les probabilités imprécises

Dans la théorie de Dempster-Shafer [7, 17], la mesure de vraisemblance d'une proposition est qualifiée à l'aide de deux indicateurs : la crédibilité (notée  $Cr$ ) et la plausibilité (notée  $Pl$ ). La crédibilité est la somme des probabilités de tous les éléments focaux qui impliquent forcément la proposition recherchée. Tandis que la plausibilité est la somme des probabilités de tous les éléments focaux qui ne contredisent pas nécessairement la proposition recherchée. D'après Dempster [7], le couple  $\{Cr ; Pl\}$  peut s'interpréter comme la mesure de probabilité, respectivement basse et haute, induisant la famille de probabilités  $\wp$  telle que pour  $\forall A$  mesurable :

$$\wp = \{P \text{ mesure de probabilité, } Cr(A) \leq P(A)\} \text{ et } \\ \wp = \{P \text{ mesure de probabilité, } P(A) \leq Pl(A)\} \\ \text{Avec } \forall P \in \wp, Cr \leq P \leq Pl$$

### Lien avec les probabilités « classiques »

On peut construire une approximation discrète d'une densité de probabilité  $p$  au moyen de la fonction de masse  $m$  telle que  $\forall i=1..n$  :

$$m(a_i ; a_{i+1}) = \int_{e=a_i}^{e=a_{i+1}} p(e) de \quad (5)$$

Avec  $[a_i ; a_{i+1}]_{i=1..n}$  une  $n$ -discrétisation du support de  $p$ .

### Lien avec les possibilités

Considérons une distribution de possibilité  $\pi$  vue comme un ensemble d'intervalles

emboîtées  $A_i$ , qui sont les  $\alpha$ -coupes de  $\pi$  [8, 9]. La masse  $m$  de probabilité associée à  $A_i$  est tel que  $\forall i=1..n$  :

$$m(A_i) = \alpha_i - \alpha_{i+1} \quad (6)$$

Avec  $\alpha_i$  le degré de possibilité associé à  $A_i$  tels que  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_{n+1}=0$  et  $\alpha_i > 0$ .

### Proposition d'une méthodologie

En se basant sur les travaux de [2, 3, 4, 11], on propose la méthodologie opérationnelle suivante :

- Etape (1) : sélectionner l' $\alpha$ -coupe de l'ensemble flou associé à l'indice de vulnérabilité  $V_i$  pour un degré de certitude  $1-\alpha$  donné.
- Etape (2) : sélectionner l' $\alpha$ -coupe correspondante au paramètre de la loi Bêta  $\mu_D$ .
- Etape (3) : assigner à cette  $\alpha$ -coupe, la famille  $F_\alpha$  de fonctions de répartition.
- Etape (4) : générer  $N$  intervalles aléatoires  $[F_{*\alpha}^{(-1)}(U_i); F_{*\alpha}^{(+1)}(U_i)]_{i=1..N}$  avec  $U_i$  un nombre aléatoire uniformément distribué sur  $[0; 1]$  et  $F_{*\alpha}^{(-1)}$  la fonction de répartition inverse de  $F_{*\alpha}$  (respectivement  $F_{*\alpha}^{(+)}$ ).
- Retourner à l'étape (1) et recommencer pour un autre degré de certitude  $1-\alpha$ .

Dans le cadre de la théorie des fonctions de croyances, la variable aléatoire floue ainsi obtenue  $D^\sim$  peut être interprétée, [3, 4] comme  $N \times n$  éléments focaux (vision « classique ») avec une  $n$ -discrétisation de l'ensemble flou associé à  $\mu_D$ . On associe à ces éléments focaux une distribution de masses de probabilité  $(f_i \times m_j)_{i=1..N; j=1..n}$ . Avec  $f_i$  la fréquence d'occurrence d'un élément focal pour une itération Monte-Carlo donnée telle que  $f_i=1/N$  pour  $i=1..N$  et  $m_j$  la distribution de masse associée à chaque distribution de possibilité « réalisée » telle que  $m_j = \alpha_j - \alpha_{j+1} = 1/n$ ;  $j=1..n$ . Sur cette base, on évalue les indicateurs de crédibilité  $Cr$  et de plausibilité  $Plaus$  associés à l'évènement  $A = "d \leq D_k; D_0=0, \dots, D_5=5"$ .

Ces indicateurs coïncident exactement avec la valeur moyenne du nombre flou  $F^{D^\sim}(D_k)$  [4, 5]

*i.e.* le couple  $\{Cr(A); Pl(A)\}$  représente, en moyenne, les limites les plus précises de la « vraie » probabilité de  $A$ . On notera que l'écart entre les indicateurs définissent exactement le caractère imprécis de l'information sur le paramètre de la loi de probabilité  $\mu_D$  (et donc l'imprécision de l'évaluation de la vulnérabilité).

## 6 Applications

### Exemple simple

A titre illustratif, la Figure 3 représente un échantillon de 5 distributions de possibilités de la variable aléatoire floue  $D^\sim$  associée à la variable aléatoire  $D$  (vision « classique »). A chaque distribution de possibilité est donc associée à une fréquence de réalisation de  $f=1/5$  et chaque distribution est définie par une distribution de masse  $m=1/10$  (si on réalise un découpage de l'ensemble flou  $V_i$  en 10  $\alpha$ -coupes).

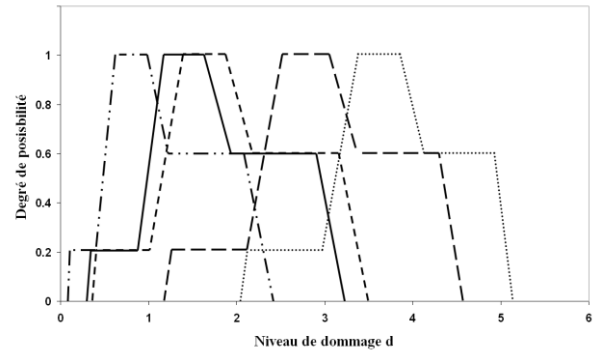


Figure 3 – Echantillon de 5 distributions de possibilités de la variable aléatoire floue  $D^\sim$  associée à la variable aléatoire  $D$ , vision classique

### Synthèse du type M4

A titre d'application, on réalise la synthèse du modèle probabiliste paramétrique imprécis associé au type de vulnérabilité M4 avec une discrétisation en 10  $\alpha$ -coupes de l'ensemble flou associé à  $V_i$  et 1000 itérations Monte-Carlo. La figure 4 illustre cette synthèse.

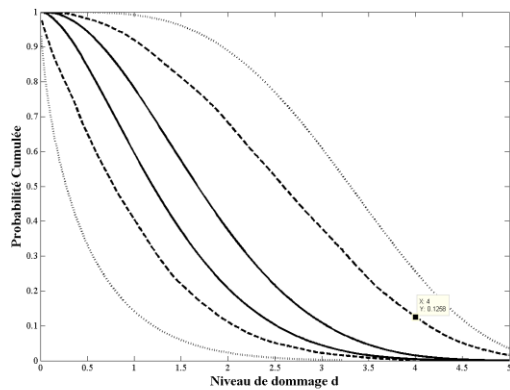


Figure 4 – Synthèse du modèle probabiliste de risque associé à l'ensemble flou du type d'enjeux M4 pour une intensité macrosismique VIII :  $\{Cr ; Pl\}$  (figuré --),  $F_{\alpha=1}$  (—) et  $F_{\alpha=0}$  (…)

La probabilité de dépasser le degré  $D_5$  (endommagement maximal) de dommage est comprise entre 0 et 1,57 %.

#### Utilisation opérationnelle de la synthèse

Le résultat précédent est directement corrélé aux nombres de victimes. Prenons le cas d'un petit village de 250 habitants, dont le type des bâtiments est homogène et correspond au type RISK-UE Maçonnerie M4. Pour une intensité macrosismique VIII, le nombre potentiels de victimes est alors compris entre 0 et 4.

A ce niveau deux points sont à souligner :

- La méthode classique de défuzzification de l'ensemble flou associée au type M4, donnerait une probabilité de  $3.57 \times 10^{-4}$ , soit <1 victime ( $\sim 0.09$ ) : ce résultat sous la forme d'une unique probabilité traduit, certes le caractère aléatoire du phénomène, mais donne une confiance dans le résultat « trompeuse », car les incertitudes épistémiques sont « cachées » par la forme « scalaire » du résultat.
- La présentation sous la forme d'un intervalle donne au décideur des ordres de grandeurs très utiles. Ainsi le résultat montre que l'imprécision due à l'évaluation de la vulnérabilité du bâti se traduit par un écart de +/- 2 victimes. Une étude plus poussée du bâti (études de terrain, modélisation

mécanique,...) pourrait réduire cet écart (*i.e.* le nombre de victimes).

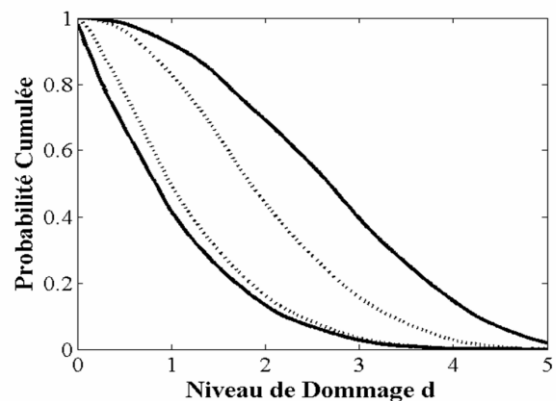
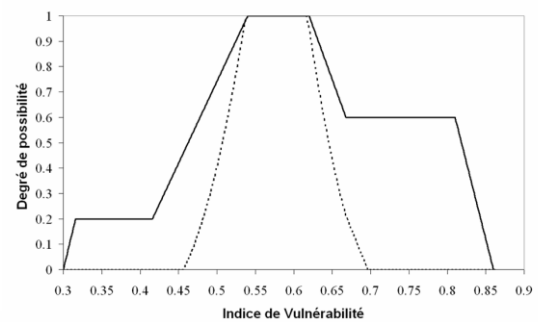


Figure 5 – figure du haut, ensemble flou du type M4 avant (figuré—) et après filtrage ; figure du bas  $\{Cr ; Pl\}$  associés.

Dans ce but, la méthodologie RISK-UE, niv. 1 introduit des indices « modificateurs », qui permettent de réduire l'imprécision de l'évaluation de la vulnérabilité selon les observations sur le terrain. A titre d'exemple supposons que « les bâtiments du village étudié sont du type M4, mais avec des épaisseurs de murs relativement importantes » : dans ce cas, l'expert peut décider de corriger l'indice de vulnérabilité de -0.04 (réduction de la vulnérabilité, valeur codifiée par la méthodologie [13]). L'ensemble flou M4 est alors filtré (le détail du filtrage dépasse l'objet de papier). La figure 5 donne l'ensemble flou final après correction de l'ensemble flou de M4 de -0.04 (figuré --). Après application de la méthodologie proposée, le résultat en termes de probabilités est  $[0 ; 18 \times 10^{-4}]$ , soit moins d'une victime ( $[0 ; 0.45]$ ) : l'outil introduit permet donc au décideur de confronter le bénéfice (ici le nombre de victimes) d'une étude



supplémentaire pour réduire le manque de connaissance *versus* le coût associé.

## 7 Conclusions

Les phénomènes physiques analysés dans le domaine des risques naturels sont caractérisés par une variabilité naturelle que l'expert est capable de décrire sur le plan théorique par des modèles probabilistes. Parce que confrontés à des contraintes de délais, d'échelle d'étude et de coût opérationnels, la connaissance des paramètres de ces modèles probabilistes est cependant limitée. Ce papier propose de traiter ce genre d'information dans le cadre des fonctions de croyances [7, 17] sur l'exemple des courbes de risque sismique de la méthodologie RISK-UE, niv. 1 [13, 14]. *In fine*, on donne au décideur un encadrement de la « vraie » probabilité de dépasser un seuil de dommage : le caractère aléatoire garde sa description « classique » bien connue du décideur sous la forme probabiliste et l'incertitude épistémique est représentée simplement par l'écart entre les deux indicateurs. Les travaux en cours visent à combiner les structures de Dempster Shafer [7, 17] ainsi obtenues avec les incertitudes sur le choix des modèles de corrélation probabilité de dommage -> nombre de victimes et à propager les incertitudes sur l'agression sismique en plus de celles liées à l'évaluation de la vulnérabilité [16, soumis].

### Remerciements :

Ce projet a été financé par le programme de recherche du BRGM, projet n° PDR06ARN10. Mes remerciements vont à C. Baudrit et D. Guyonnet pour leurs conseils sur le plan théorique et à O. Sedan pour avoir partagé son expérience des risques sismiques.

## Références

- [1] N.A. Abrahamson.. State of the practice of seismic hazard evaluation. *Actes de GeoEng*, 2000.
- [2] C. Baudrit. Modèles probabilistes paramétriques imprécis : méta-probabilités Vs probabilités floues. *Actes des Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, 2006.
- [3] C. Baudrit, D. Guyonnet, D. Dubois. Post-processing the hybrid method for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering*, 131:1750-1754, 2005.
- [4] C. Baudrit, I. Couso, D. Dubois. Probabilities of events induced by fuzzy random variables. Actes de la 4ème conférence de la European Society for Fuzzy Logic and Technology et de la 11ème Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (Eusflat-LFA), 2005.
- [5] I. Couso, S. Montes, P. Gil. *Second order possibility measure induced by a fuzzy random variable*. Springer, Heidelberg, 2002.
- [6] E. Cox. *The fuzzy systems handbook* Academic. Press, Boston, 1994.
- [7] A.P. Dempster. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Ann. of Math. Stat.*, 38:325-339, 1967.
- [8] D. Dubois. Possibility theory and statistical reasoning. *Computational Statistics and Data Analysis*. 51: 47-49, 2006.
- [9] D. Dubois, H. Prade. *Possibility theory*. New York Plenum Press, 1988.
- [10] S. Ferson, L.R. Ginzburg. Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Engineering Systems Safety*, 54:133-144, 1996.
- [11] D. Guyonnet, B. Bourguin, D. Dubois, H. Fargier, B. Côme, JP. Chilès. Hybrid approach for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering*, 129:68-78, 2003.
- [12] V. Krätschmer. A unified approach to fuzzy random variables. *Fuzzy Sets and Systems*, 123: 1-9, 2001.
- [13] S. Lagomarsino, S. Giovinazzi. Macro seismic and mechanical models for the vulnerability and damage assessment of current buildings. *Bull. of Earthquake Engineering* 4:445-463, 2006.
- [14] P. Mouroux, E. Bertrand, M. Bour, B. Le Brun, S. Depinois, P. Masure. The European RISK-UE project. Actes de la 13ème conférence mondiale sur l'ingénierie sismique, 2004.
- [15] M.L. Puri, D. Ralescu. Fuzzy random variables. *J. Math. Anal. Appl.*, 114: 409-422, 1986.
- [16] J. Rohmer. La théorie des possibilités comme outil de représentation des incertitudes épistémiques. *Acte de l'AFPS*, 2007, SOUMIS.
- [17] G. Shafer. A mathematical theory of evidence. Princeton University Press, 1976.
- [18] K. Thompson, D. Burmaster, E. Crouch. Monte Carlo Techniques for Quantitative Uncertainty Analysis in Public Health Risk Assessments. *Risk Analysis*, 12: 53-63, 1992.
- [19] L.A. Zadeh. Fuzzy Sets. *Information and Control*. 8: 338-353, 1965.